INCIDENCIA DEL USO DE LAS REPRESENTACIONES ICÓNICAS COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES DE 2X2, EMPLEANDO EL MÉTODO DE REDUCCIÓN

JOSÉ GREGORIO BORNACELLY DE LA CRUZ
EVERTH ALEXANDER CAMPO FRAIJA

UNIVERSIDAD DEL NORTE
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO
BARRANQUILLA, COLOMBIA
2017

INCIDENCIA DEL USO DE LAS REPRESENTACIONES ICÓNICAS COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES DE 2X2, EMPLEANDO EL MÉTODO DE REDUCCIÓN

JOSÉ GREGORIO BORNACELLY DE LA CRUZ
EVERTH ALEXANDER CAMPO FRAIJA

TUTOR: RAFAÉL ENRIQUE ESCUDERO TRUJILLO
PHD EN EDUCACIÓN

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN

UNIVERSIDAD DEL NORTE
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO
BARRANQUILLA, COLOMBIA
2017

CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE GRAFICOS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ANEXOS

1. AUTOBIOGRAFÍAS

BORNACELLY DE LA CRUZ JOSÉ GREGORIO:

Terminé mis estudios de bachillerato en el colegio Instituto Técnico Industrial del Atlántico en el año 1999 y salí con la firme decisión de realizar mis estudios universitarios en el programa de ingeniería química, pero por esos caprichos del destino, debí inscribirme en licenciatura en matemáticas y física en la Universidad del Atlántico tal vez motivado por el trabajo que realizaron mis docentes en la escuela y por la relativa facilidad por los números y obtuve mi título de licenciado en matemáticas y física en el año 2006.

Ingresé al magisterio en el año 2008 y después de 7 años de trabajo como docente estatal en el departamento del Magdalena, pensé en llevar a cabo mis estudios de postgrado y así continuar con mi formación personal. Por lo que realicé las diligencias necesarias para inscribirme en una de las maestrías que ofrecía la Universidad de Zulia en Venezuela. Cuando ya casi todo estaba listo para inscribirme, recibí una inesperada y por cierto magnífica noticia en la que por intermedio del Ministerio de Educación Nacional, salía favorecida la Institución donde estaba laborando en Barranquilla para las becas de la excelencia docente. Fue en ese momento en que pensé que mis estudios de postgrado ya eran casi un hecho y no debía salir del país.

Me interesé en estudiar la maestría en educación, pues quería mejorar mis prácticas pedagógicas y potenciar las estrategias que había adquirido en el transcurso de mi experiencia como docente. Soy un docente que siempre me he preocupado por impactar en mis estudiantes de manera positiva y de esa manera motivarlos, a que sientan amor por las matemáticas y que logren ser competentes ante cualquier situación que deban afrontar en su vivir diario donde deban aplicar los conocimientos y procedimientos propios de la disciplina.

Soy una persona que amo lo que hago, me gusta enseñar. Soy dedicado y comprometido con mi labor; me intereso porque mis estudiantes antes de obtener buenas calificaciones, se apropien y aprendan lo que estamos viendo en clase y luego puedan aplicarlo si es necesario. Trato de llevar a cabo un proceso de enseñanza-aprendizaje de la manera más sencilla posible, encontrando estrategias que faciliten su aprehensión, apoyándome en sus intereses para que vivan las matemáticas y que no se conviertan en un obstáculo en sus vidas.

Hoy día, gracias a la maestría he conocido y adquirido nuevas estrategias, conceptos y herramientas, que si bien conocía, estaba mal utilizando. Acciones que ayudan a ese objetivo de mejorar mi quehacer docente. He clarificado muchas cosas y abordado nuevos conocimientos que me han permitido crecer como docente y también en lo personal para luego transmitirlos hacia los jóvenes en el aula de clases.

CAMPO FRAIJA EVERTH ALEXANDER:

Normalista clásico de la normal superior “la hacienda” de la ciudad de barranquilla. Durante mi pregrado tuve la oportunidad de trabajar de monitor en varias asignaturas relacionadas con las matemáticas, con lo cual me fue interesando poco a poco la docencia. Por iniciativa, empecé a estudiar pedagogía y a realizar diplomados, interesado en la temática de porque la dificultad de la comprensión del algebra y calculo, visto en mis años de tutoría, pregunta que se amplía a secundaria al entrar al servicio docente público, en el 2005, en el área de matemáticas. El poder ser becado por el ministerio de educación para cursar la maestría, me esperanzo en que esa respuesta pudiera estar más cerca. En el curso del postgrado, no solo han aparecido pequeñas parte de la respuesta, también se han creado nuevas preguntas con la información, formas de pensar, puntos de vistas, teorías y practicas nuevas para mí, lo cual ha me han ayudado a crecer como persona y como educado.

El desarrollo de la maestría, sobretodo en el trayecto del proyecto de grado, me ha ayudado a realizar mejor la pregunta, afín de buscar los mejores medios y métodos para responderlas, sobretodo en la línea de la didáctica de las matemáticas que es el tema que realmente me atrae.

2. AUTODIAGNÓSTICO DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 AUTODIAGNÓSTICO

Se partirá desde los resultados obtenidos en las pruebas saber en nuestra institución durante los tres años anteriores a la propuesta de innovación:

Con ello se quiere mostrar los niveles de desempeño obtenidos por los estudiantes de grado undécimo en los años 2012, 2013 y 2014 en las competencias y componentes que se evalúan en dicha prueba.

Tabla 1. Nivel de competencias prueba saber 2012-2014 CODIMUR

AÑO	COMPETENCIA	NIVEL DE DESEMPEÑO
	Comunicación y representación	Débil
2012	Razonamiento y argumentación	Débil
	Planteamiento y resolución de problemas	Muy fuerte
	Comunicación y representación	Débil
2013	Razonamiento y argumentación	Débil
	Planteamiento y resolución de problemas	Fuerte
	Comunicación y representación	Débil
2014	Razonamiento y argumentación	Débil
	Planteamiento y resolución de problemas	Fuerte

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Tabla 2. Nivel de componentes prueba saber 2012-2014 CODIMUR

AÑO	COMPONENTE	NIVEL DE DESEMPEÑO
	Numérico Variacional	Muy fuerte
2012	Geométrico métrico	Débil
	Aleatorio	Fuerte
	Numérico Variacional	Muy fuerte
2013	Geométrico métrico	Muy débil
	Aleatorio	Débil
	Numérico Variacional	Fuerte
2014	Geométrico métrico	Débil
	Aleatorio	Débil

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Luego de analizar las tablas 1 y 2, los docentes encargados de la disciplina coincidimos en que se debe tener en cuenta para los próximos años la manera cómo se está trabajando en el aula la competencia de razonamiento y argumentación y el componente numérico variacional, que es donde los estudiantes presentan mayor dificultad en la prueba.

De la misma forma, ayudar en la competencia de comunicación, pues está presente en todo el proceso de la enseñanza de las matemáticas y junto a las antes mencionadas, tiende a estar con desempeños muy débiles o débiles en los tres años del análisis.

Pensamos que una de las razones que permiten que los resultados no sean los esperados, se debe a que los estudiantes prestan muy poca atención en clase, que no investigan o preparan los temas de cada unidad y no atienden las orientaciones dadas por parte del docente encargado de la asignatura. Por otra parte, se notan malas bases en cuanto a sus saberes respecto a los grados anteriores, lo que dificulta significativamente su avance.

Por último, tienen memoria a corto plazo o sencillamente no se preocupan por desarrollar un buen hábito de estudio con el que puedan apropiarse de conceptos o técnicas de ejercitación, no practican los conocimientos adquiridos, lo que conlleva a que el docente pierda tiempo en la reiteración de conceptos y técnicas en el aula.

Pretendemos hacerlos entrar en razón y que noten lo desinteresados que están por su proceso de aprendizaje y motivarlos para que puedan participar activamente en las actividades planeadas que son ejecutadas en el aula.

Por otro lado, se hace necesario recordar que no contamos con el material didáctico necesario para desarrollar las clases, tampoco se evalúan los contenidos del área desde el departamento o jefatura de matemáticas, ni se hace seguimiento de los procesos a trabajar o desarrollados durante el año escolar. Además, no se encuentran articulados los planes de asignatura de primaria y bachillerato.

Los encargados de la asignatura tanto en primaria como en secundaria, debido a sus obligaciones o al no hallar coincidencia en sus tiempos de descanso o de los de jornada institucional, no logran reunirse para ultimar detalles y así organizar el área desde el pre escolar hasta undécimo, permitiendo que cada docente trabaje por su lado. Lo que conlleva a encontrar evaluaciones y metodologías heterogéneas.

En resumen, la articulación del área y la manera tan diversa como los docentes llevan a cabo los procesos, donde cada uno es independiente al momento de presentar su clase o al evaluarla, por los resultados obtenidos en las pruebas y por último, la idea de realizar los ajustes necesarios para mejorar; nos condujeron a idear una estrategia para tal fin y hallar un norte en cuanto a cómo se están llevando a cabo las prácticas pedagógicas desde la escuela y qué debe hacerse para alcanzar mejores resultados.

2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En nuestra escuela se ha intentado mejorar en los últimos 7 años, sin mayores resultados, los procesos que están influenciando fuertemente el desarrollo del estudiante en su aprendizaje de las matemáticas, además del dominio que él debe presentar en los conceptos y relaciones del lenguaje algebraico. A lo anterior, se le suman los bajos resultados que obtienen en las pruebas internas y externas; los cuales obedecen tal vez a la poca comprensión del tema en cuanto a la concepción, identificación e interpretación de las diferentes representaciones que existen al momento de solucionar sistemas de ecuaciones lineales, ya sea pasando desde lo verbal al lenguaje algebraico, del lenguaje algebraico a lo analítico, de lo analítico a lo geométrico y de lo geométrico a lo aritmético, para posteriormente regresar con la solución del problema en el contexto que el estudiante maneja y entiende.

Sobre esto, como menciona (SEGURA, 2004), los errores comunes que presentan los alumnos al resolver sistemas de ecuaciones de 2x2 son: el manejo de las operaciones aritméticas elementales, resuelven un sistema de ecuaciones lineales y no verifican la solución y no realizan de forma correcta el paso del registro verbal al algebraico.

Ante lo cual es necesario encontrar una solución que ayude en la creación, interpretación, comprensión, desarrollo y uso de representaciones icónicas que abordándose desde lo tangible dé pasos a constructos simbólicos para los estudiantes.

De acuerdo con el planteamiento del problema, la pregunta que guiará la presente innovación es la siguiente:

¿Cómo incide el uso de las representaciones icónicas como estrategia didáctica, en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la solución de sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de noveno grado?

3. JUSTIFICACIÓN

3.1 RELEVANCIA

La matemática está presente en variados contextos cotidianos de manera implícita, por lo que el saber abordar una situación problema que la incluya, analizar o razonar en las posibles formas de solución y dar con ellas de manera precisa, es de vital importancia para cada uno de nuestros estudiantes.

Con la presente propuesta, pretendemos ayudar a los jóvenes a encarar y solucionar cualquier situación que se le presente en su entorno social, también buscamos mejorar los resultados para la asignatura en nuestra institución y contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza en el área de matemáticas.

3.2 PERTINENCIA

Nuestro trabajo está enfocado en mejorar el ambiente de trabajo con los estudiantes en el aula. Pretendemos hacer mucho más fácil y divertido el proceso de aprendizaje de las matemáticas y así ayudar a obtener mejores resultados en el componente numérico-variacional y en las competencias de resolución de problemas, comunicación y razonamiento, que son objeto de evaluación en las pruebas Nacionales.

El trabajo es pertinente pues le entrega a la maestría en educación con énfasis en pensamiento matemático, un referente teórico respecto a una temática que según nuestras indagaciones no se ha trabajado anteriormente en la universidad. Existen temas similares pero ninguno que aborde los sistemas de ecuaciones lineales desde las representaciones icónicas.

3.3 VIABILIDAD

Fue posible la realización de éste trabajo pues se contó con los estudiantes y el espacio adecuado para hacerlo, además los materiales necesarios para su ejecución son creados por los mismos estudiantes y su diseño necesita de pocos recursos económicos.

Las figuras o representación icónica que se usaron en la clase son de fácil obtención, los jóvenes no necesitaron de un salón o mesa de trabajo especial para su ejecución. Lo llevaron a cabo en el salón de clase y los resultados una vez se dieron las indicaciones fueron encontrados de forma rápida y sencilla por los mismos estudiantes.

Lo anterior hace viable la realización de la innovación por su simpleza y alta eficiencia.

4. OBJETIVOS

4.1 OBJETIVO GENERAL

Determinar el impacto del uso de las representaciones icónicas como estrategia didáctica para la solución de un sistema de ecuaciones lineales de 2x2, empleando el método de reducción de figuras.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

4.2.1 Aplicar un pre test a los estudiantes como prueba diagnóstica para determinar el grado de conocimiento del tema a desarrollar.

4.2.2 Aplicar una metodología innovadora con representaciones icónicas para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

4.2.3 Aplicar un pos test a los estudiantes para observar los resultados una vez se haya aplicado la innovación.

4.2.4 Realizar la comparación entre las pruebas pre test y pos test, con el fin de notar la incidencia de la estrategia aplicada.

4.2.5 Aplicar una encuesta a los estudiantes que permita conocer la percepción respecto a la innovación aplicada.

5. MARCO TEÓRICO

5.1 MARCO LEGAL

5.1.1 Estándar

"Los estándares son unos referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los y las estudiantes en el transcurrir de su vida escolar" (MEN, 2006 a)

5.1.2 Competencia

"Una competencia ha sido definida como un saber hacer flexible que puede actualizarse en distintos contextos, es decir, como la capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron. Implica la comprensión del sentido de cada actividad y sus implicaciones éticas, sociales, económicas y políticas". (MEN, 2006 b)

5.1.3 Competencia matemática

"Se define como el conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores" (MEN, 2006 c)

5.1.4 Pensamiento numérico

"*El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y ha evolucionado en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático*". (MEN, 1998 a)

5.1.5 Pensamiento variacional

"*El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica*" (MEN, 1998 b)

5.2 FUNDAMENTO DISCIPLINAR

5.2.1 Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Conocemos como sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a la reunión entre dos o más ecuaciones lineales, cada una de ellas dos incógnitas. Cuando las variables que conforman a cada ecuación en el sistema tienen como máximo exponente uno (1), se dice entonces que se tiene un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. La solución un sistema de ecuaciones lineales consiste en hallar el valor de cada una de las variables que satisfacen las dos ecuaciones al tiempo, que cumplen la igualdad. (MORALES, 2013).

5.2.2 Representaciones icónicas

(DUVAL, Semiosis y Pensamiento Humano, traducido por Myriam Vega Restrepo., 1999) Define las representaciones como "una forma de exteriorizar las representaciones mentales por medio de producciones constituidas por el empleo de signos. Las producciones se pueden representar de forma verbal, numérica, algebraica y gráfica, que pueden incluir diferentes formas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas, etc.".

5.2.3 Métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales (SEL)

La solución de un sistema de ecuaciones lineales consiste en hallar los valores de las incógnitas que satisfacen a cada una de las ecuaciones. Teniendo en cuenta que cada ecuación representa una línea recta en el plano cartesiano, las ecuaciones pueden: Tener única solución (rectas intersecantes), infinitas soluciones (rectas colineales) o ninguna solución (rectas paralelas).

Para solucionar un sistema de ecuaciones lineales de 2x2 se pueden emplear métodos tales como: Gráfico, Sustitución, Igualación, reducción o eliminación, determinantes o por Gauus-Jordan.

5.2.4 Sistemas incompatibles

Es un sistema de ecuaciones que no tiene solución pues las rectas en el plano son paralelas.

5.2.5 Sistemas compatibles determinados e indeterminados

Un sistema de ecuaciones con única solución es un sistema compatible determinado en donde las rectas que representan a las ecuaciones son intersecantes

Un sistema de ecuaciones con infinitas soluciones es un sistema compatible indeterminado en donde las rectas que representan las ecuaciones son colineales.

5.3 FUNDAMENTO PEDAGÓGICO

El referente teórico que da soporte a este trabajo es el denominado "Teoría de representaciones Semióticas", compartiendo la idea (DUVAL, Semiosis y Pensamiento Humano, traducido por Myriam Vega Restrepo., 1999) de que comprender los conceptos en el área de las Matemáticas no es una tarea fácil, pues no son objetos tangibles, es decir, en general comprendemos un objeto hasta que lo vemos representado; esta teoría se basa en la idea de que para apropiarse de un objeto se requiere algo más que nombrarlo, es necesario exteriorizarlo y desligarlo de su representación.

Cuando trabajamos con sistemas de ecuaciones lineales, generalmente se trabaja en un contexto algebraico, donde se presenta el sistema y se pide su solución por diferentes métodos, en éste trabajo se pretende realizar una transición "natural" entre los registros de representación, a través de creaciones de para permitir al alumno identificar las soluciones del sistema de ecuaciones lineales en diferentes contextos a través de las representaciones reales o tangibles, pasando a las icónicas para así, reflejar el trabajo hecho en las representaciones simbólicas.

El mismo (DUVAL, Semiosis y Pensamiento Humano, traducido por Myriam Vega Restrepo., 1999) define las representaciones como "una forma de exteriorizar las representaciones mentales por medio de producciones constituidas por el empleo de signos. Las producciones se pueden representar de forma verbal, numérica, algebraica y gráfica, que pueden incluir diferentes formas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas, etc.". En este sentido la tecnología es un fuerte aliado, pues permite un tránsito natural entre las representaciones sin la necesidad de realizar todos los procesos de conversión necesarios para llegar a ellos.

Los resultados mostrados en el trabajo concuerdan con la idea de (DUVAL, Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Investigaciones en matemáticas educativa II. , 1998), de que "se ha adquirido un concepto determinado, cuando se es capaz transitar entre por lo menos dos diferentes representaciones semióticas del concepto mismo", es decir, manipular e identificar la solución de un sistema de ecuaciones lineales en cualquier contexto.

Del mismo modo, (DUVAL, 2006) menciona que: “Los contextos de representación usados en la actividad matemática son necesariamente semióticos y tener en cuenta la naturaleza semiótica de las mismas implica tener en cuenta tanto las formas en que se utilizan como los requisitos cognitivos que involucran”, por tal motivo, para introducir un objeto matemático en el salón de clases se requiere necesariamente usar sus representaciones, transformaciones y conversiones.

6. PROPUESTA DE INNOVACIÓN

6.1 CONTEXTO DE LA APLICACIÓN

6.1.1 Enfoque De La Investigación

El enfoque de esta investigación es de tipo cuantitativo porque se aplicó una prueba pre test para determinar el grado de conocimiento acerca del tema por parte de los estudiantes, luego se desarrolló la innovación siguiendo cada uno de los pasos según lo planificado y se realizó el cierre de la investigación con una prueba pos test para comparar los resultados obtenidos, notar la incidencia o impacto de la misma y mostrar el avance de los muchachos en cuanto a la apropiación del tema.

También consideramos que el enfoque de la investigación es de tipo cualitativo porque se aplicó una encuesta para determinar la percepción que tuvieron los estudiantes respecto a la metodología dada, a la utilidad de la innovación, su impacto y la aceptación por parte de los estudiantes.

Por lo que se sugiere que el enfoque de nuestra investigación es de tipo mixto (cuantitativo-cualitativo).

6.1.2 Tipo De Investigación

Teniendo en cuenta que un trabajo como el que presentamos, no se había llevado a cabo antes en nuestra institución, el nivel de investigación de la propuesta de innovación es de tipo exploratorio.

Queremos medir el impacto de la estrategia didáctica matemática en nuestros jóvenes.

6.1.3 Diseño De La Investigación

Nuestro diseño es de tipo cuasi experimental. Ya que se trabajó con un solo grupo de 36 estudiantes del grado noveno de educación básica secundaria en la institución distrital Murillo, (sin grupo control) al cual se le aplicaron pruebas pre y pos test para evaluar la incidencia de la innovación.

6.1.4 Población Y/O Muestra

La propuesta se llevó a cabo en el Colegio Distrital Murillo en la ciudad de Barranquilla (Colombia), en el grado noveno de educación básica secundaria.

Se aplicó a 36 estudiantes de los cuales, 19 son hombres y 17 son mujeres. La mayoría de ellos viven entre los estratos socioeconómicos 1 y 2.

6.1.5 Área, Nivel Y Grado Educativo

La propuesta está diseñada desde el área de matemáticas y su aplicación se hará para el grado noveno en el nivel de básica secundaria.

6.2 PLANEACIÓN DE LA INNOVACIÓN

La innovación consistió en usar material tangible para ayudar a los estudiantes a solucionar problemas con sistemas ecuaciones lineales de una manera mucho más divertida.

Se contó con figuras tridimensionales de diversas formas geométricas para representar a cada una de las incógnitas del sistema de ecuaciones. A cada una de ellas se le asignó dos colores distintos (un color en cada cara) para hacer notar las cantidades positivas de las negativas del problema.

También utilizamos billetes para juegos didácticos con diferentes denominaciones (con dos colores distintos en cada cara) para representar los términos independientes del ejercicio.

SOLUCIÓN POR LA ESTRATEGIA DE REDUCCIÓN DE FIGURAS:

Una vez se analice el problema y se determine el sistema de ecuaciones que ayudará a su solución, se optará por asignarle a cada incógnita del sistema una figura geométrica distinta; así por ejemplo, usaremos cuadrados para una de las incógnitas y círculos para la otra (teniendo en cuenta que el sistema es de 2x2). Teniendo en cuenta las ecuaciones encontradas, las figuras se ubicarán sobre una tabla demarcada que tendrá un espacio asignado para cada figura y ecuación por separado del lado izquierdo y para los billetes del lado derecho.

El color de cada figura nos mostrará cuando el coeficiente de la incógnita o el término independiente es positivo o negativo, por lo que utilizaremos dos diferentes por ejercicio.

Es necesario aclarar que las figuras y los billetes contarán al mismo tiempo con los dos colores (uno por cada cara). Así, cuando se necesite cambiarle el signo a una de las variables, sólo se debe invertir la cara a la figura, es decir, voltearla o girarla.

Por otro lado, los estudiantes harán la respectiva convención según su propio criterio en cuanto a las figuras y qué caras tendrán valores positivos o negativos.

A modo de ejemplo, para un sistema dado tomaremos el color azul para representar los valores positivos y el rojo para los negativos.

Figura 1. Figuras utilizadas en la estrategia

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

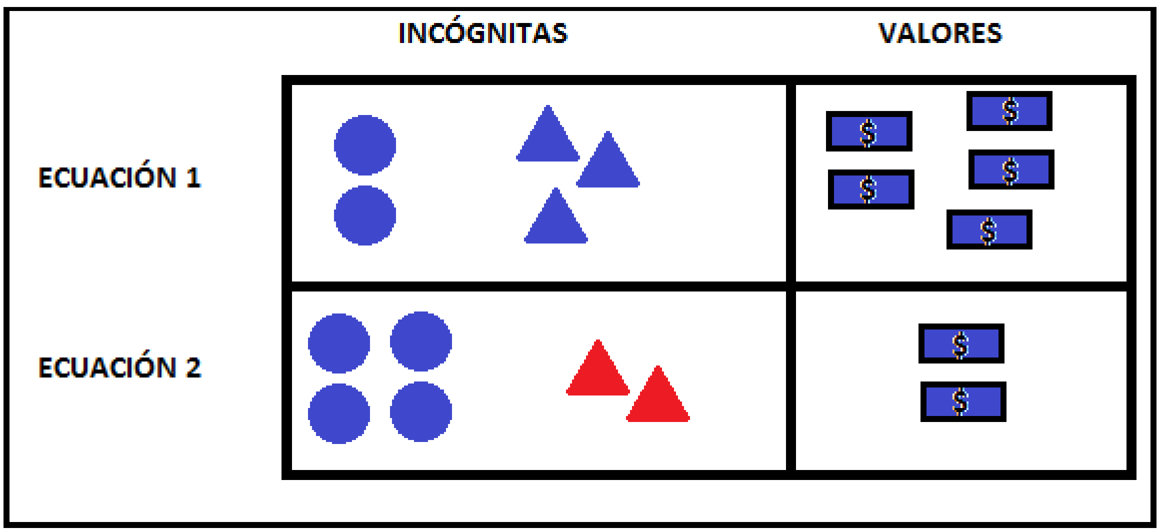
De ésta manera, si necesitamos resolver el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

Ecuación 1: $2X + 3Y = 5$

Ecuación 2: $4X - 2Y = 2$

Iniciaremos representando a la incógnita "X" con círculos y a la incógnita "Y" con triángulos. Además, se dirá que los valores positivos serán de color azul mientras que los rojos serán para las cantidades negativas. De acuerdo a ello, la configuración en la tabla de trabajo estará dispuesta como lo muestra la siguiente figura:

Figura 2. Configuración de las ecuaciones con el método



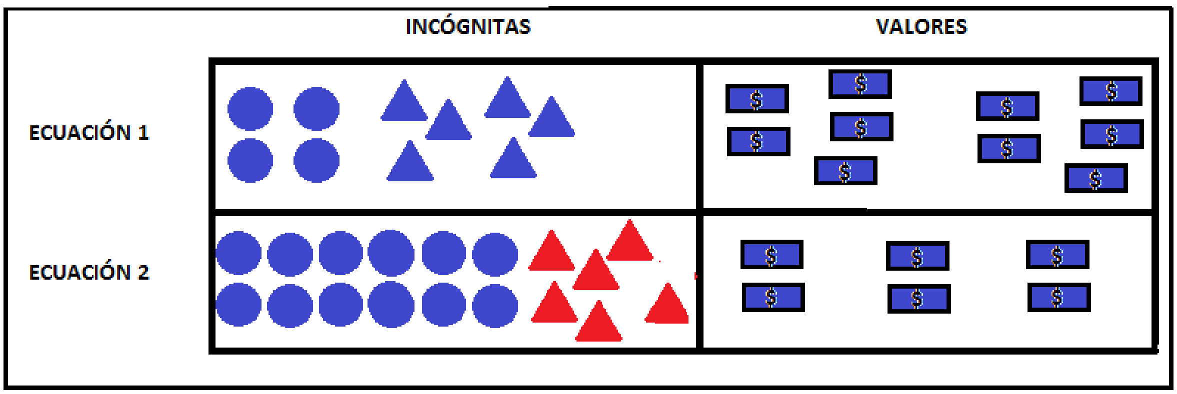
Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Una vez se han ubicado las figuras en la tabla, la solución del ejercicio consiste en eliminar una de las figuras usadas en la tabla, para luego retirarlas de la configuración planteada. Esto nos permitirá encontrar la equivalencia de la figura restante (que aún queda en la tabla) en términos de los billetes que están al lado derecho.

Para eliminar una de las variables o incógnitas del sistema, se debe tener igual cantidad de la misma figura que la representa en ambas ecuaciones pero que sus colores sean distintos. Y esto podrá hacerse luego de hallar el mínimo común múltiplo (m.c.m.) entre los coeficientes de dicha incógnita (para igualar el número en ambas ecuaciones) y después amplificar el sistema de acuerdo como nos muestra el siguiente ejemplo:

Si se tienen 3Y en la primera ecuación y 2Y en la segunda, su m.c.m. es 6, por lo que trataremos que el número de las figuras de cada ecuación que representan a Y en la tabla (triángulos) sean 6. Dicho esto, tenemos que duplicar el número de figuras y billetes de la primera ecuación en general y triplicarlo en la segunda. Luego se debe realizar una suma miembro a miembro entre las figuras de la tabla.

Figura 3. Igualando figuras entre ecuaciones



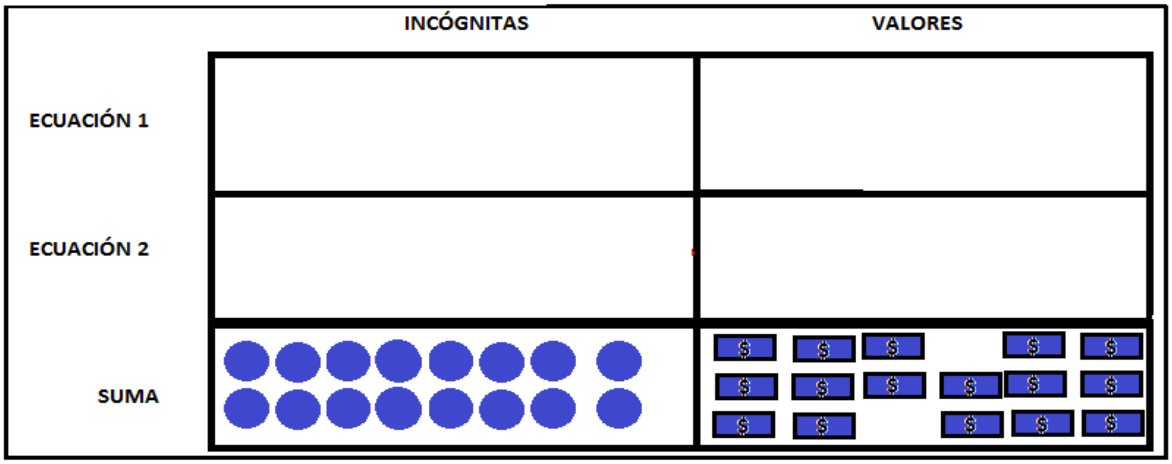
Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Al sumar las figuras (verticalmente), tenemos que explicar que si las figuras tienen igual número pero diferente color, se eliminan del juego.

En el ejemplo, se eliminan los triángulos y se suman las figuras restantes (Círculos y billetes). Si quedan figuras de diferente color pero no en igual cantidad, se eliminarán una a una como si se tratara de una resta.

Para el ejemplo en mención, nos quedan dieciséis (16) círculos azules y dieciséis (16) billetes azules.

Figura 4. Simplificación de figuras entre ecuaciones



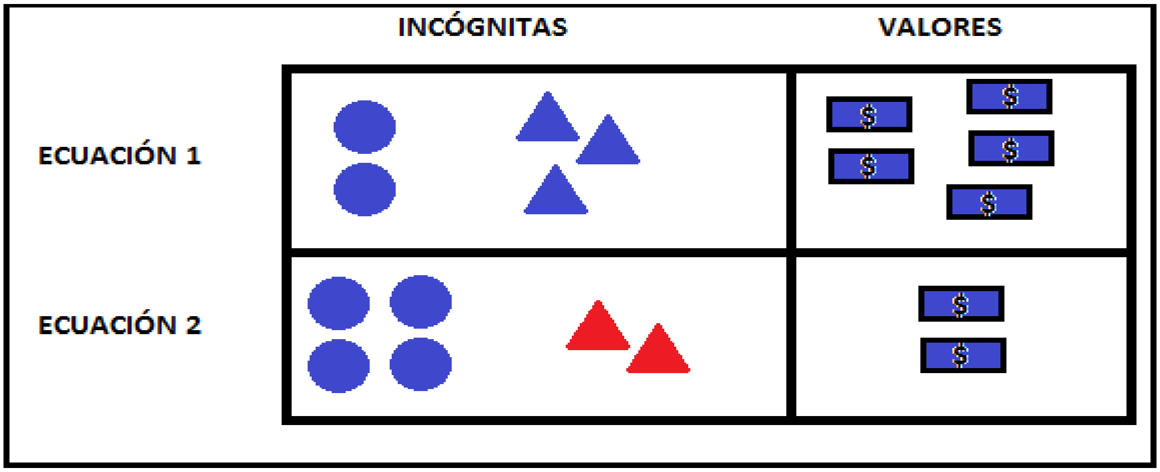
Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Después de agrupar las figuras que quedan en la tabla, tenemos dieciséis (16) círculos azules del lado izquierdo y dieciséis (16) billetes azules del lado derecho, lo que significa que a cada círculo le corresponde un (1) billete, lo que nos lleva a la solución para esa incógnita. (X = 1, pues se acordó que los círculos representaban a X).

Para encontrar la solución de la otra incógnita (en este caso Y), podemos hacer el mismo proceso anterior pero eliminando los círculos en vez de los triángulos o también reemplazando la equivalencia que acabamos de encontrar para X, en cualquiera de las ecuaciones iniciales representadas en la tabla.

Al realizar el mismo procedimiento para encontrar "Y", notamos que a diferencia de los triángulos, los círculos de ambas ecuaciones son azules. Por lo que se debe cambiar el color no solo de los círculos sino de todas las figuras en una de las dos ecuaciones. Para ello, se voltean o giran todas las figuras de la ecuación que se escoja y luego se procede a hacer una suma verticalmente miembro a miembro de cada figura en la tabla y eliminar las que tengan igual número y distinto color (una a una).

Figura 5. Configuración de las ecuaciones con el método

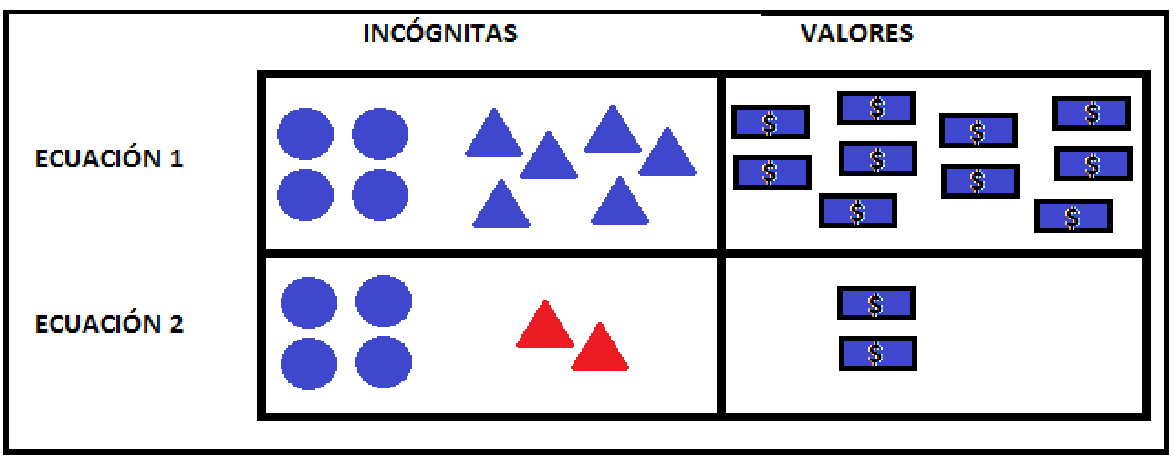


Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Se halla el m.c.m. entre la figura de los círculos (variable X) y al hacerlo encontramos que su valor es cuatro (4). Por lo que el número de círculos en ambas ecuaciones o configuraciones debe ser de cuatro (4).

Así que sólo debe duplicarse la ecuación uno (1) y dejar la otra como está, pues en la ecuación dos (2) ya hay 4 círculos.

Figura 6. Igualando figuras entre ecuaciones

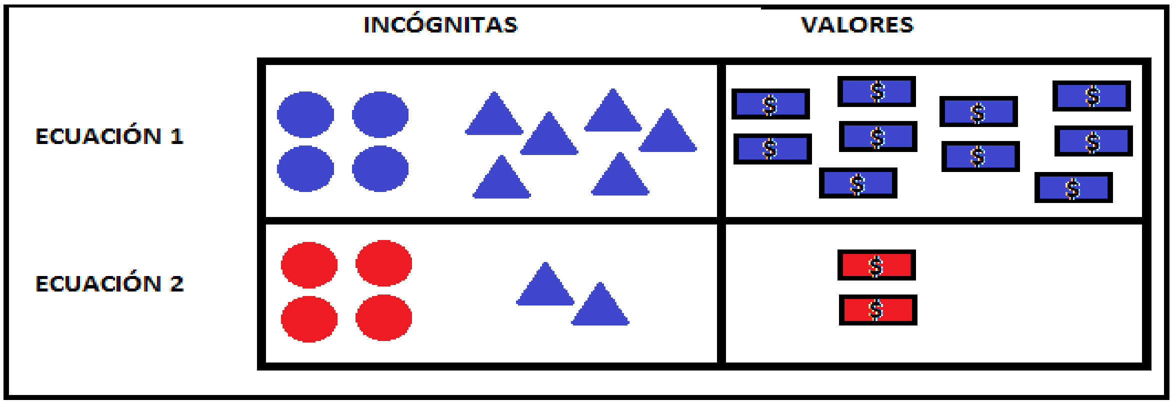


Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Luego notamos que los círculos en las dos ecuaciones tienen igual número pero los colores son iguales, por lo que se le debe cambiar el color a toda una ecuación.

Aunque puede hacerse con cualquiera, lo realizaremos con la ecuación dos (2) pues tiene menos figuras.

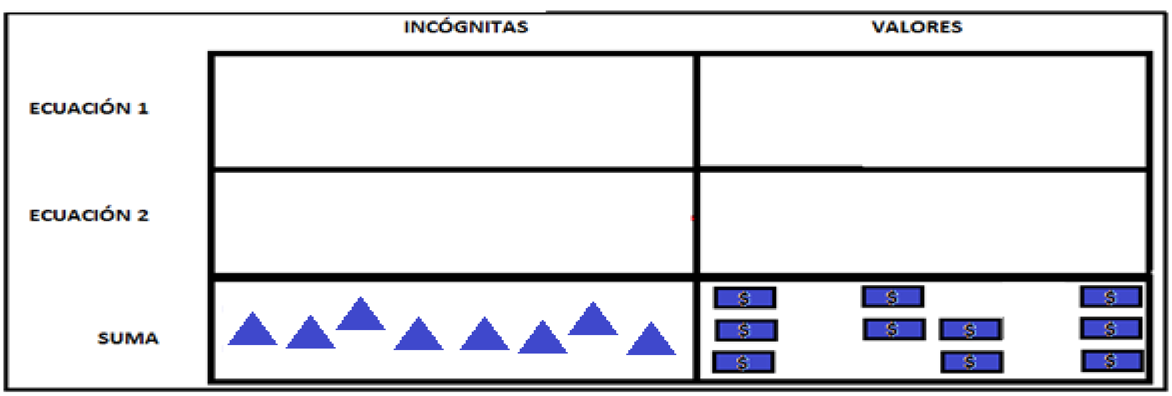
Figura 7. Cambio de color de una ecuación para simplificar



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Y al realizar la suma miembro a miembro de forma vertical, se eliminan los cuatro (4) círculos en la izquierda y dos (2) de los billetes de la derecha pues tienen cantidad igual y colores diferentes. Dejando al final ocho (8) triángulos del lado izquierdo y ocho (8) billetes del lado derecho.

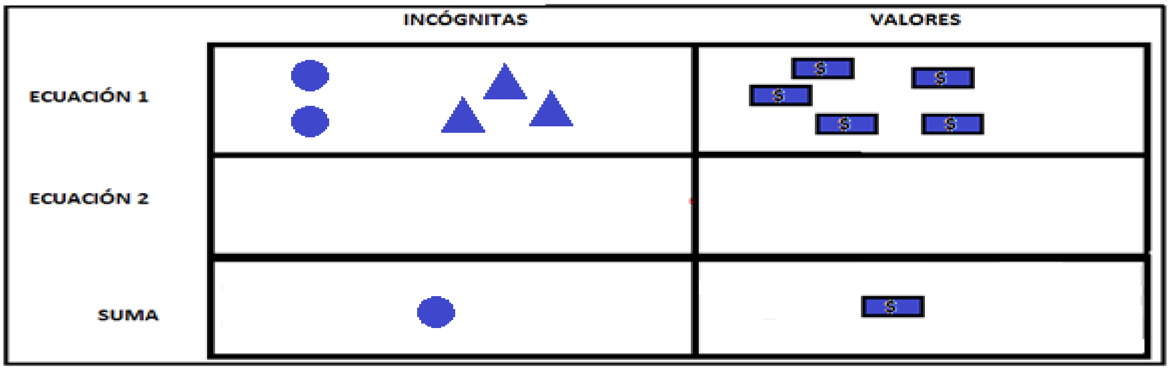
Figura 8. Simplificación de figuras entre ecuaciones



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Lo que significa que a cada triángulo le corresponde un billete y nos lleva a la solución de la segunda incógnita. (Y = 1, pues la representaban los triángulos). Para quienes no quieren repetir el proceso y quieren reemplazar la primera solución encontrada (X = 1), el proceso es el siguiente: Dado que a cada círculo le corresponde un (1) billete, lo que hacemos es reemplazar en una de las ecuaciones esa equivalencia. Es decir, cambiamos a cada círculo de la ecuación por un billete.

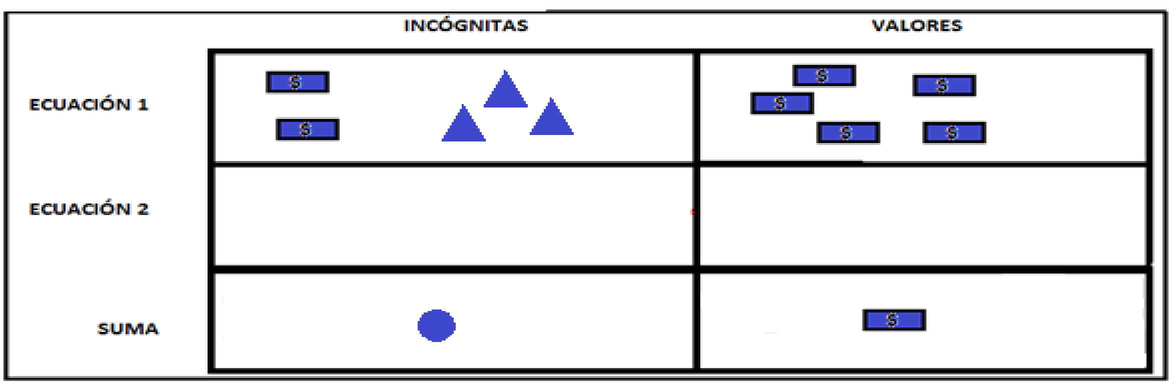
Figura 9. Ecuación con equivalencia de una de las figuras



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Tomamos al azar a la ecuación uno (1) y cambiamos a cada círculo que la componen por cada uno de los billetes según la solución hallada.

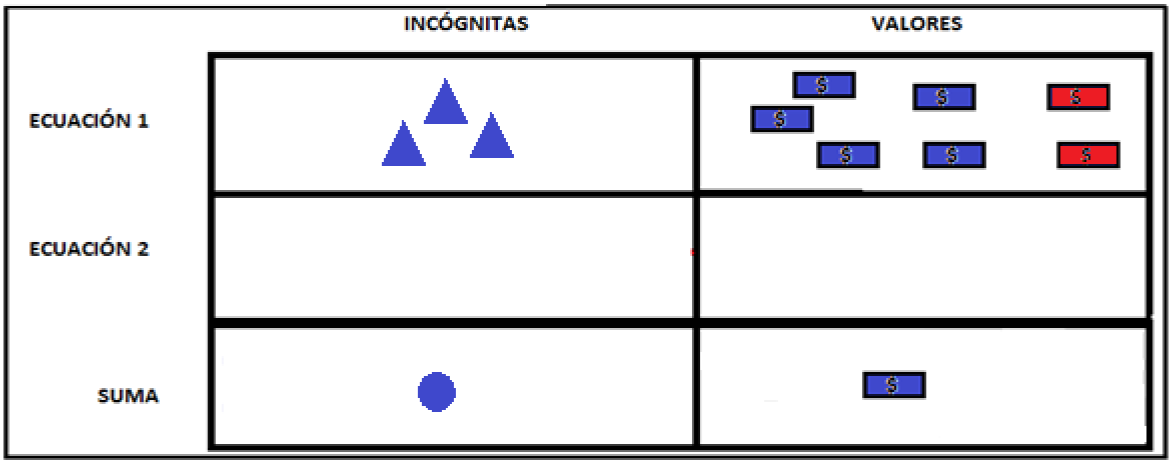
Figura 10. Reemplazando el valor de una de las figuras en una ecuación



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Ahora tomamos los billetes que están del lado izquierdo y los reunimos con los que tenemos al lado derecho, es decir, los pasamos al lado derecho. Pero al hacer este tipo de acciones (transponer figuras de derecha a izquierda o viceversa), se debe cambiar el color de la figura y por ello las volteamos o giramos del lado contrario.

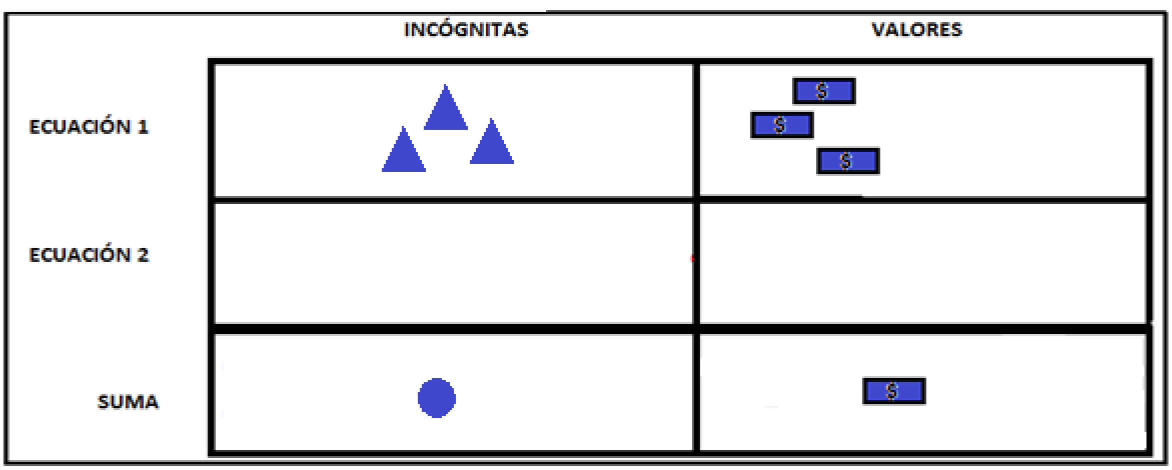
Figura 11. Simplificación de figuras entre ecuaciones



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Así, se eliminan dos (2) de los billetes azules con los dos (2) billetes rojos que cambiaron de posición. Dejando tres (3) triángulos del lado izquierdo y tres (3) billetes del lado derecho.

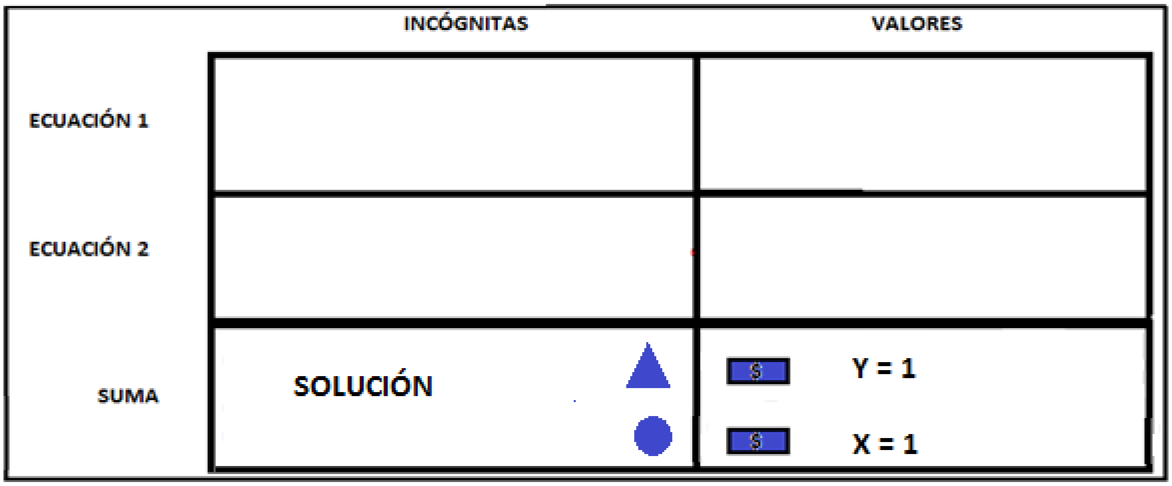
Figura 12. Solución de una ecuación



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Lo que significa que a cada triángulo le corresponde un billete. Y esa sería la solución de la segunda incógnita (Y = 1)

Figura 13. Solución del sistema de ecuaciones lineales



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

De esa manera como notamos en la imagen 13, encontramos la solución del sistema de ecuaciones planteado al principio.

Luego se comprueba si los valores obtenidos satisfacen las ecuaciones y a partir de allí, se explican los diferentes tipos de solución que se obtienen con un sistema, es decir, se hablará de sistemas de ecuaciones compatibles e incompatibles dependiendo de los valores hallados o de las rectas en el plano que determinan el sistema. (Paralelas o intersecantes)

6.2 EVIDENCIAS DE LA APLICACIÓN DE LA PROPUESTA

A continuación se presenta una muestra de las diferentes actividades realizadas por parte de los encargados de la propuesta.

Al principio, se les aplicó una prueba inicial (Pre test) a cada estudiante para determinar el grado de conocimiento respecto a sistemas de ecuaciones lineales:

Figura 14. Prueba inicial (Pre test)

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Luego se presentó la propuesta y se explicó paso a paso en qué consistía:

Figura 15. Explicación de la Propuesta

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Figura 16. Explicación de la Propuesta

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Se facilitó el material a los jóvenes, se les planteó una situación y trabajaron en la solución:

Figura 17. Material de apoyo

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Se llevaron a cabo varias sesiones en las que se explicaba cada tipo de solución de los sistemas, en los que realizábamos monitoreo local y global.

Figura 18. Explicación

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Se realizó monitoreo local durante la actividad

Figura 19. Monitoreo

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Encontraron la solución a los talleres propuestos empleando la innovación por su propia cuenta. Discutían los pasos y verificaban resultados:

Figura 20. Resultados

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Realizaron la prueba final de la unidad didáctica (pos test) con el fin de determinar el grado de apropiación de conceptos y la efectividad de la innovación:

Figura 21. Prueba Final

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

6.3 RESULTADOS

Con los resultados de la actividad, se tomaron los datos para entregar el siguiente análisis.

Tabla 3. Análisis de resultados del pre test

PREGUNTA	RESPUESTA DE LOS ESTUDIANTES					CLAVE	RENDIMIENTO
	A	B	C	D	NS/NR		
1	1	5	27	1	2	C	75.0 %
2	15	2	11	8	0	C	30.5 %
3	7	8	16	3	2	C	44.4 %
4	27	0	9	0	0	C	25.0 %
5	9	7	6	9	6	B	19.4 %
6	24	3	0	4	5	A	66.7 %
7	1	1	32	0	2	C	88.9 %
8	12	13	4	4	3	B	36.1 %
9	3	11	9	4	9	A	8.3 %
10	15	15	1	4	1	B	41.7 %
11	3	0	29	1	3	C	80.5 %
12	13	4	15	3	1	A	36.1 %
13	6	9	12	2	7	C	33.3 %
14	11	1	23	0	1	C	63.9 %
15	7	4	12	5	8	B	11.1 %

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Después de aplicado el pre test, notamos en la tabla 3 que en términos generales el curso presentó dificultades al responder la prueba (sólo se obtuvieron buenos resultados en 3 de las 15 preguntas). Pensamos que fue producto del desconocimiento de la temática evaluada por parte de los jóvenes y que sus bases matemáticas no estaban bien fundamentadas.

Tabla 4. Análisis de resultados del pos test

PREGUNTA	RESPUESTA DE LOS ESTUDIANTES					CLAVE	RENDIMIENTO
	A	B	C	D	NS/NR		
1	14	15	4	2	1	B	41.7 %
2	5	1	23	7	0	C	64.0 %
3	34	0	2	0	0	A	94.5 %
4	2	1	33	0	0	C	91.8 %
5	13	14	2	5	2	B	39.0 %
6	34	0	0	2	0	A	94.5 %
7	3	5	25	2	1	C	69.4 %
8	7	26	2	1	0	B	72.2 %
9	14	9	8	5	0	A	39.0 %
10	5	30	1	0	0	B	83.3 %
11	2	1	32	1	0	C	89.0 %
12	30	1	2	3	0	A	83.3 %
13	5	1	29	1	0	C	80.6 %
14	4	4	28	0	0	C	77.8 %
15	6	15	10	4	1	B	41.7 %

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Luego de aplicada la innovación, observamos en la tabla 4 que los resultados fueron mucho más efectivos. 9 de las 15 preguntas obtuvieron buenas respuestas y excepto dos de ellas mejoraron en su porcentaje de rendimiento favorable. Lo que permite afirmar que la innovación tuvo una alta incidencia en el aula y que la estrategia ayudó a los jóvenes a solucionar sistemas de 2x2.

Tabla 5. Análisis comparativo de resultados entre las pruebas

Respuestas Correctas / Total preguntas (NOTAS)	Número de Estudiantes PRE TEST	POS TEST
2/15 (0.67)	**1**	
3/15 (1.00)		
4/15 (1.33)	**4**	
5/15 (1.67)	**4**	
6/15 (2.00)	**8**	**1**
7/15 (2.33)	**8**	**3**
8/15 (2.67)	**6**	**1**
9/15 (3.00)	**4**	**6**
10/15 (3.33)		**6**
11/15 (3.67)	**1**	**7**
12/15 (4.00)		**2**
13/15 (4.33)		**8**
14/15 (4.67)		**2**
TOTAL DE ESTUDIANTES QUE PRESENTAN PRUEBAS	**36**	**36**
NOTA PROMEDIO DEL CURSO	**(PRE TEST) 2.19**	**(POS TEST) 3.54**

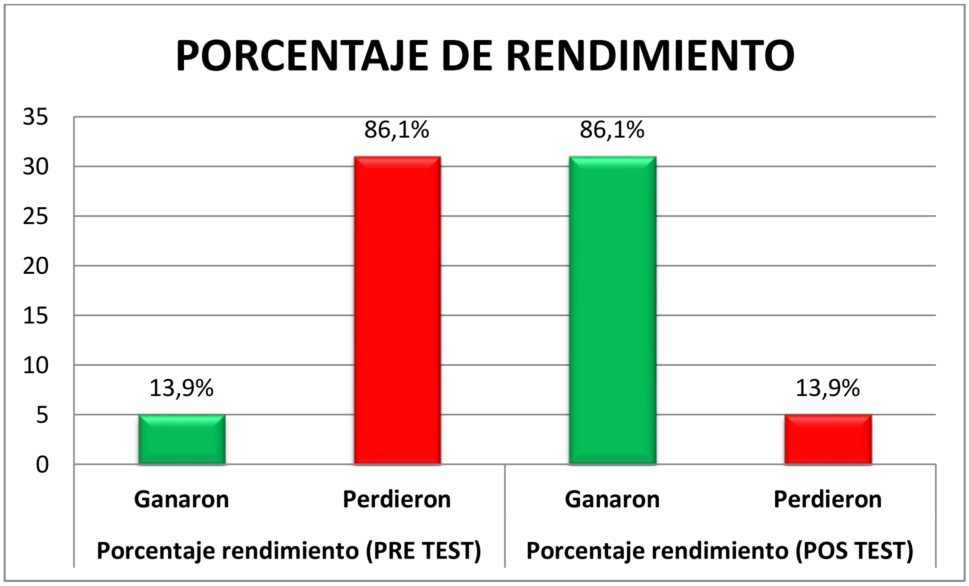
Fuente: Bornacelly Campo (2017)

En la tabla 5, se puede notar que de los 36 estudiantes del curso que presentaron el pre test, 31 reprobaron la prueba, de los 5 restantes que la aprobaron: 4 alcanzaron un desempeño básico y sólo 1 de ellos se acercó al nivel de desempeño satisfactorio.

Si analizamos ahora los resultados de los 36 estudiantes que presentaron el pos test, sólo 5 de ellos reprobaron la prueba, de los 31 que la aprobaron: 19 alcanzaron un desempeño básico, 10 alcanzaron un desempeño alto y 2 un desempeño satisfactorio.

Lo anterior permite afirmar que la aplicación de la innovación, ayudó a obtener mejores resultados en cuanto a la solución de sistemas de ecuaciones lineales. Por otro lado, es necesario resaltar que el promedio de notas para el curso pasó de 2.19 (Reprobada) a 3.54 (Aprobada en nivel básico) entre las dos pruebas realizadas. (Aumentó en 1.35 puntos, es decir, un 61.6 % de mejora respecto al pre test).

Gráfico 1. Análisis del porcentaje de rendimiento entre pruebas



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

De acuerdo a la imagen 14, notamos la mejora en cuanto a la cantidad de evaluaciones aprobadas entre las pruebas. Se pasó de 5 estudiantes (13,9 %) que aprobaron la prueba pre test a 31 estudiantes que aprobaron el pre test (86,1 %)

Tabla 6. Porcentaje de rendimiento pre test vs pos test

Porcentaje rendimiento (PRE TEST)		**Porcentaje rendimiento (POS TEST)**	
13.9 % **Gana la prueba (5)**	**86.1 %** **Pierde la prueba (31)**	**86.1 %** **Gana la prueba (31)**	**13.9 %** **Pierde la prueba (5)**

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

La tabla 6 muestra el gran aumento que se obtuvo al final, en cuanto al porcentaje de rendimiento entre las pruebas realizadas. (Véase también imagen 14)

En el que se pasa de un 13.9 % de estudiantes que aprueban el pre test hasta un 88.9 % de estudiantes que aprueban el pos test. Lo que sin lugar a dudas evidencia el impacto que causó en los jóvenes la aplicación de la innovación y la apropiación del tema.

Tabla 7. Análisis sobre la cantidad de preguntas acertadas por prueba

PREGUNTAS DE LA PRUEBA	No DE RESPUESTAS CORRECTAS		
	PRE TEST/36	POS TEST/36	ESTADO
1	27	15	Bajó ▼
2	11	23	Subió ▲
3	16	34	Subió ▲
4	9	33	Subió ▲
5	7	14	Subió ▲
6	24	34	Subió ▲
7	32	25	Bajó ▼
8	13	26	Subió ▲
9	3	14	Subió ▲
10	15	30	Subió ▲
11	29	32	Subió ▲
12	13	30	Subió ▲
13	12	29	Subió ▲
14	23	28	Subió ▲
15	4	15	Subió ▲

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

En la tabla 7 se observa que la cantidad de estudiantes que respondieron de manera acertada la primera prueba, aumentó casi en su totalidad para la segunda. Lo que da muestra de la rápida apropiación de los conceptos y de lo fácil que les resultó solucionar sistemas de ecuaciones lineales con la estrategia didáctica presentada.

6.3.1 Análisis de la encuesta sobre el impacto de la propuesta

Luego de desarrollar la propuesta, se les solicitó a los estudiantes que evaluaran la actividad respondiendo las siguientes preguntas:

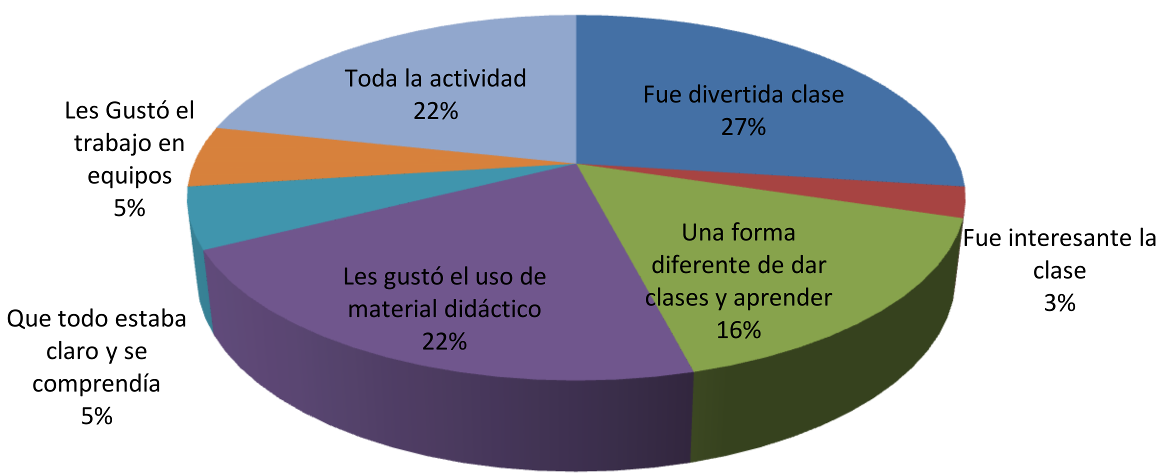
- ¿Qué te gustó de la actividad?
- ¿Qué te disgustó de la actividad?
- ¿Qué le cambiarías a la actividad para mejorarla?
- ¿Qué aprendiste hoy?

Tabla 8. ¿Qué te gustó de la actividad?

RESPUESTAS	No DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
Aprendí cosas nuevas	1	2.6 %
Fue divertida clase	10	26 %
Fue interesante la clase	1	2.6 %
Una forma diferente de dar clases y aprender	6	15.8 %
Les gustó el uso de material didáctico	8	21 %
Que todo estaba claro y se comprendía	2	5.3 %
Les Gustó el trabajo en equipos	2	5.3 %
Toda la actividad	8	21 %

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Gráfico 2. ¿Qué te gustó de la actividad?



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

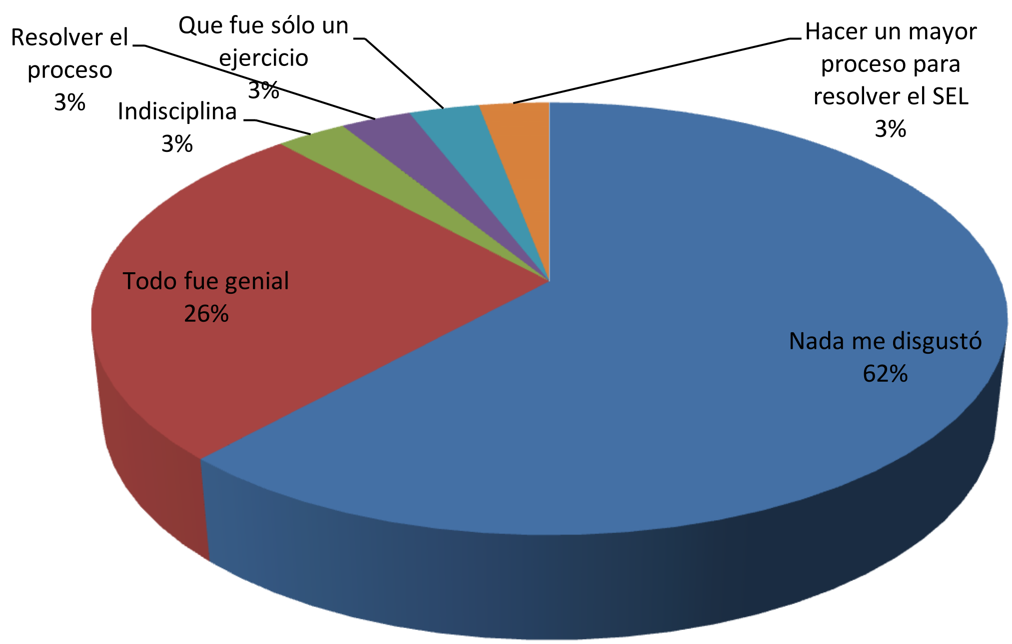
Entre las respuestas dadas luego de ver la Tabla 8, nos llama mucho la atención que a la mayoría de los estudiantes les agradó utilizar material didáctico en la clase y por otro lado, expresaron que fue muy divertida, que era una diferente pero entretenida manera de aprender. De este modo, al querer saber sobre el impacto de la estrategia, observamos que se cumplieron los objetivos planteados.

Tabla 9. ¿Qué te disgustó de la actividad?

RESPUESTAS	No DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
Nada me disgustó	21	62 %
Todo fue genial	9	26 %
Indisciplina	1	3 %
Resolver el proceso	1	3 %
Que fue sólo un ejercicio	1	3 %
Hacer un mayor proceso para resolver el SEL	1	3 %

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Gráfico 3. ¿Qué te disgustó de la actividad?



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

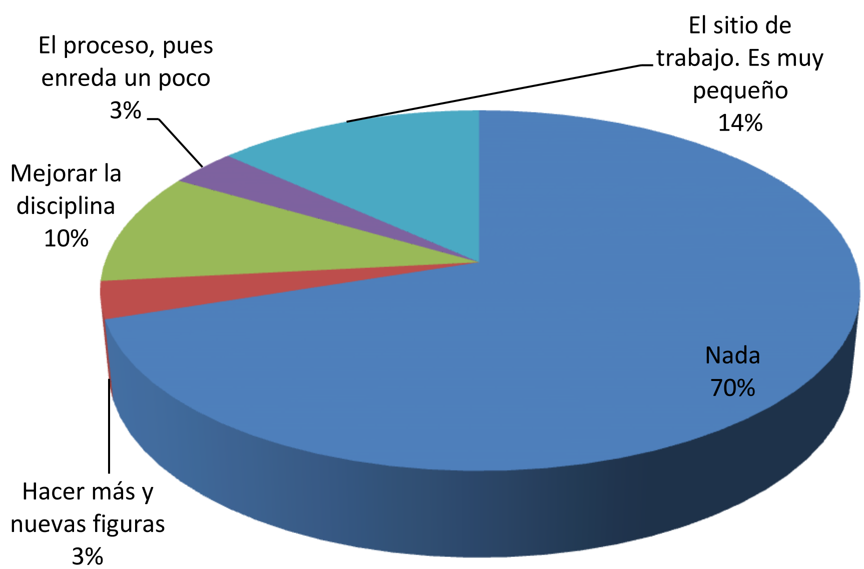
De acuerdo a la tabla 9 y al gráfico, notamos que a la gran mayoría le pareció que la clase no era para nada desagradable, incluso algunos la definen como una clase “genial”. Eso nos motiva a querer seguir desarrollando estrategias en los demás cursos para facilitar la comprensión y la atención de los estudiantes en la escuela. Motivar a nuestros colegas a masificar la herramienta atendiendo la gran acogida.

Tabla 10. ¿Qué le cambiarías a la actividad para mejorarla?

RESPUESTAS	No DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
Nada	21	70 %
Hacer más y nuevas figuras	1	3.3 %
Mejorar la disciplina	3	10 %
El proceso, pues enreda un poco	1	3.3 %
El sitio de trabajo. Es muy pequeño	4	13.3 %

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Gráfico 4. ¿Qué le cambiarías a la actividad?



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Aunque los estudiantes opinan que la manera como se desarrolló la innovación fue de su agrado y que deciden no realizar ningún tipo de cambio, pensamos en fortalecer aún más la estrategia para lograr mantener y en lo posible mejorar los resultados obtenidos. (Ver tabla 10)

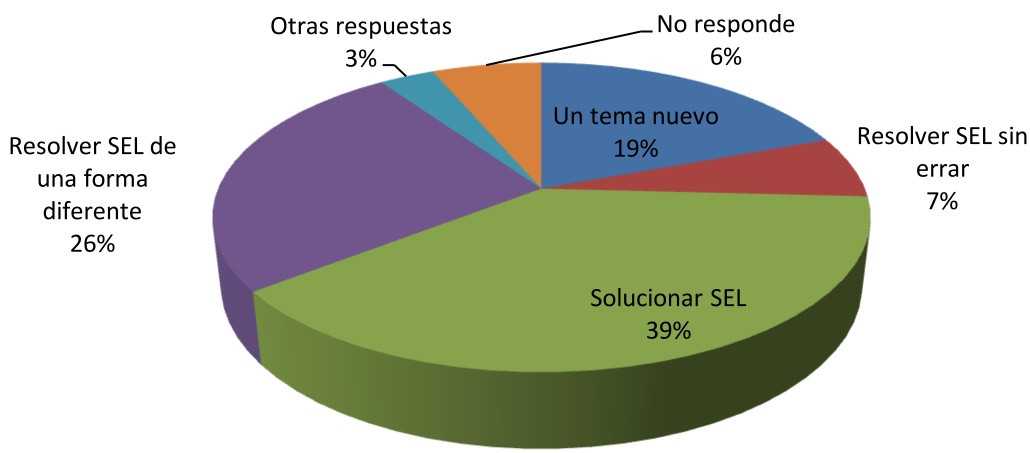
De esa manera, proyectamos utilizar un espacio más adecuado para la ejecución, contar con nuevas y distintas figuras para que todos los grupos trabajen al tiempo y así mantener a todos ocupados para ayudar a mantener la disciplina en el salón de clase.

Tabla 11. ¿Qué aprendí con la actividad?

RESPUESTAS	No DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE
Un tema nuevo	6	19.3 %
Resolver SEL sin errar	2	6.4 %
Solucionar SEL	12	38.7 %
Resolver SEL de una forma diferente	8	26 %
Otras respuestas	1	3.2 %
No responde	2	6.4 %

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Gráfico 5. ¿Qué aprendí?



Fuente: Bornacelly Campo (2017)

Al momento de aplicar la prueba inicial, quedaba claro que el tema de solución de sistemas de ecuaciones lineales era nuevo para los muchachos, y a pesar de ello, muchos expresan haber aprendido del tema con la didáctica empleada. Y entre esa mayoría, algunos resaltan el hecho de haberlo logrado con una nueva forma, con una no convencional o tradicional, alejados de la compleja simbología de las matemáticas. (Ver tabla 11)

Todo lo antes relacionado ofrece una visión amplia del grado de aceptación de la didáctica y del impacto positivo que tuvo en el grupo, lo que nos motiva a planear siempre clases lúdicas.

Tabla 12. Reflexión sobre la práctica realizada

REFLEXIONES QUE SOBRE LA CUALIFICACIÓN DE MI PRÁCTICA PROFESIONAL HE TENIDO EN CUANTO A:	DETALLE
Los aprendizajes logrados	Aprendí a planificar mejor mis clases y debido a ello, buscar las estrategias y/o herramientas que faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje con mis estudiantes.
Los des aprendizajes realizados	Desaprendí a no darme cuenta acerca de la manera como mis alumnos quieren que les enseñe, la manera como a ellos se les facilita el trabajo.
Los logros significativos	Desarrollar cierta temática y obtener un muy buen rendimiento al momento de evaluarlo. Capturar la atención del grupo en general, que la clase fuese agradable para todos y lograr que cada uno participara activamente de las actividades.
Dificultades u obstáculos superados	Que alcanzaran total comprensión del tema. Lograr que el 100% de la clase estuviese atenta, participando de las actividades programadas y mejorar su rendimiento.
¿Qué aprendí de ellos?	Que siempre debo encontrar la forma como superarlos. Buscar las estrategias que permitan mantener al curso conectado, divirtiéndose y aprendiendo con ello.
¿Cómo los superé?	Con una clase entretenida para ellos. Mediante la didáctica en el aula.
Procesos de mejoramiento que debo implementar en mi práctica pedagógica	Planear y adaptar en lo posible todas mis clases en torno a las estrategias didácticas que ayuden a facilitar tanto mi quehacer docente como el aprendizaje de mis estudiantes.

Fuente: Bornacelly Campo (2017)

7. CONCLUSIONES

Para el cumplimiento del objetivo 4.2.1 se llevó a cabo un pre test que nos permitió saber que los jóvenes no conocían y por ende no sabían cómo solucionar un sistema de ecuaciones. (Ver Tabla 3)

Una vez se analizaron los resultados de la prueba, se procedió a presentar una estrategia didáctica como innovación en el aula, para ayudar a los muchachos a solucionar problemas de S.E.L. dando cumplimiento al objetivo 4.2.2.

La idea de presentar a los jóvenes una metodología no tradicional para trabajar en el aula, en la que a través de la didáctica se pueda aprender jugando, permitió evidenciar que los estudiantes se sienten mucho más motivados y que su interés por la clase mejoró en gran parte con la idea de dejar a un lado símbolos, signos, números y procesos algebraicos que en sus palabras "les enreda la vida".

Al finalizar la unidad didáctica, Los estudiantes presentaron nuevamente una evaluación (pos test) que ayudaría a determinar los conocimientos adquiridos una vez se aplicara la innovación con el fin de cumplir el objetivo 4.2.3. Donde se observó el gran avance que presentó el curso en cuanto al tema abordado, arrojando un muy alto porcentaje de estudiantes que aprobaron la evaluación (Ver Tabla 4).

Para alcanzar el objetivo 4.2.4, con las respuestas de ambas pruebas se llevó a cabo un análisis comparativo entre los resultados que ayudó a determinar una mejora impresionante en las calificaciones obtenidas, lo que conlleva a pensar en lo efectiva que resultó la estrategia para los muchachos (Ver Tablas 5 y 6).

Al comparar el porcentaje de rendimiento entre el pre y pos test, se evidencia que la estrategia entregó muy buenos resultados y que hubo apropiación total del tema. Se pasó de un 13,9% de estudiantes que superaron la prueba en el pre test a un 86,1% de resultados positivos en el pos test (Ver Tabla 6). En cuanto al promedio general del curso, se pasó de un 2.19 en el pre test a un 3.54 en el pos test (Ver Tabla 5) lo que claramente evidencia que el curso pasó de ser insuficiente a un nivel básico.

Para afrontar el último objetivo (4.2.5), Se les aplicó a los estudiantes una encuesta de percepción de la estrategia empleada, donde se notó el alto grado de aceptación y el impacto de la innovación en los muchachos (Ver Tabla 8)

Les gustó tanto la estrategia, que todos los integrantes del grupo de la mesa de trabajo realizaban preguntas, discutían sobre los pasos que estaban siguiéndose, verificaban si los resultados obtenidos eran los correctos o no, todos querían manipular las herramientas suministradas y dieron solución a cada ejercicio sin errores y sin la ayuda de los docentes.

Los resultados sugieren que la innovación ayuda a que los muchachos planteen y solucionen problemas que requieran de los sistemas de ecuaciones lineales para su resolución de una manera eficiente y agradable. Además, los estudiantes razonan con los ejercicios propuestos y son ellos mismos los que se encargan de su solución y de la mejor manera de hallarla. Lo que ayuda a la tarea de reforzar las competencias propias de la asignatura.

Por lo anterior, al ver lo agradable que fue para los muchachos trabajar en el aula con el nuevo sistema de representación y por los resultados observados en el pos test, podemos decir que fue de gran impacto la estrategia empleada. Además, que tuvo una influencia positiva el utilizar material tangible al momento de abordar el tema de sistemas de ecuaciones lineales.

8. RECOMENDACIONES

- Una vez finalizada la estrategia y abordado uno a uno los puntos en la unidad didáctica para el desarrollo del tema, consideramos necesario hacer las siguientes recomendaciones para quienes deseen utilizar nuestro trabajo en sus aulas.
- Dada la facilidad con la que los estudiantes asimilaron el tema una vez explicada la innovación, sugerimos que el trabajo se realice sistemáticamente en los siguientes dos años para precisar los datos obtenidos. La idea es comparar los resultados dados con los de los métodos tradicionales usando grupos control en los que no se emplee representaciones semióticas.
- También pensamos que se debe seguir utilizando la estrategia empleada y adaptar los pasos para abordar los temas igualación y sustitución como métodos de solución de sistemas de ecuaciones 2x2.
- Por otro lado, tomando en cuenta el tiempo que tardamos y lo complicado que nos resultó la elaboración de las figuras con las que se llevó a cabo la actividad, sugerimos dejarles tal tarea a los estudiantes para los siguientes años. Que se encarguen del diseño y construcción de las fichas según su preferencia y gustos, ¡claro está!, siguiendo las indicaciones necesarias dadas por los docentes.
- Por último, al observar la motivación de los estudiantes por la clase y el nivel alcanzado. Sugerimos emplear estrategias similares para abordar otros temas propios de la asignatura en los diferentes grados de escolaridad; al igual que motivar a los compañeros de las demás disciplinas a crear estrategias similares al trabajar con los muchachos.

BIBLIOGRAFÍA

DUVAL, R. (1998). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Investigaciones en matemáticas educativa II.* . Editor F.HIT. Pag 165-178. Grupo editorial Iberoamérica.

DUVAL, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano, traducido por Myriam Vega Restrepo.* Santiago de Cali Colombia: Artes Gráficas Univalle.

DUVAL, R. (2006). *Un tema Crucial en la Educación Matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación.* La gaceta del RSME, 143-168.

MEN Ministerio de educación nacional (1998). *Serie Lineamientos curriculares de Matemáticas.* Colombia: Magisterio

MEN Ministerio de educación nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadana.* Colombia: Magisterio.

MORALES, M. d. (2013). *Rutas matemáticas 9.* Bogotá: Santillana.

SEGURA, S. (2004). *Sistemas de ecuaciones lineales: Una Secuencia didáctica. Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa* . (Relime), 7(1), 49-78.

ANEXOS

Anexo 1. Prueba pre test

COLEGIO DISTRITAL MURILLO *"CODIMUR"*

PRE-TEST de Matemáticas Curso: 9°   Año: 20___   Nota: ____

Estudiante: __________________ Fecha: ___/___/____ Campo - Bornacelli.

1. El valor numérico de la expresión $3X^2 + 2Y^3 - 6Z$ cuando $X = -1$ $Y = 2$ $Z = 5$ es:

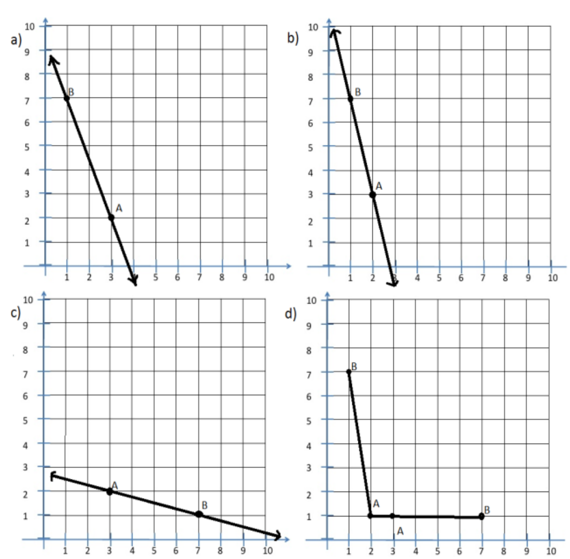
   a. -1 b. -17 c. -11 d. 17

2. Para solucionar la ecuación lineal $3X + 12 = 18$ lo correcto es decir que:

   a. $X = \frac{18+12}{3}$ c. $X = \frac{18-12}{3}$

   b. $X = \frac{18-3}{12}$ d. $X = \frac{12-18}{3}$

3. La gráfica de la línea recta que pasa por los puntos A: (3, 2) y B: (7, 1) es:



4. En un almacén de artículos escolares el valor de dos cuadernos y tres lápices es de 12 dólares. También se sabe que si al valor de seis lápices se le resta el valor de dos cuadernos el resultado es 6 dólares.

   El sistema de ecuaciones lineales que describe el problema anterior es:

   a. $2X + 3Y = 12$
      $6X – 2Y = 6$

   c. $3X + 2Y = 12$
      $6X – 2Y = 6$

   b. $2Y + 3X = 12$
      $6Y + 2X = 6$

   d. $2X + 2Y = 12$
      $6X – 3Y = 6$

5. Teniendo en cuenta que la gráfica de las ecuaciones anteriores en el punto 4 son líneas rectas en el plano cartesiano. Se puede afirmar que las rectas se cortan en el punto

   a. (3, 2)
   b. (2, 3)
   c. (0, 0)
   d. (6, 12)

6. El punto de corte (x, y) entre las rectas en un sistema de ecuaciones lineales, representa:

   a. La solución del ejercicio o sistema de ecuaciones, es decir, los valores de cada incógnita.
   b. El único punto que **NO** es solución para el ejercicio por ser un punto común.
   c. Un punto externo a las rectas que permite generar la tercera ecuación lineal.
   d. El punto de origen de las dos rectas pues hace cero a cada una de ellas.

7. Cuál de las siguientes formas para encontrar la solución a un sistema de ecuaciones lineales es correcta:

I: Ensayo y error (Tanteo)

II: Gráfico

II: Mediante análisis entre sus ecuaciones

a. I y II
b. I y III
c. II y III
d. I, II y III

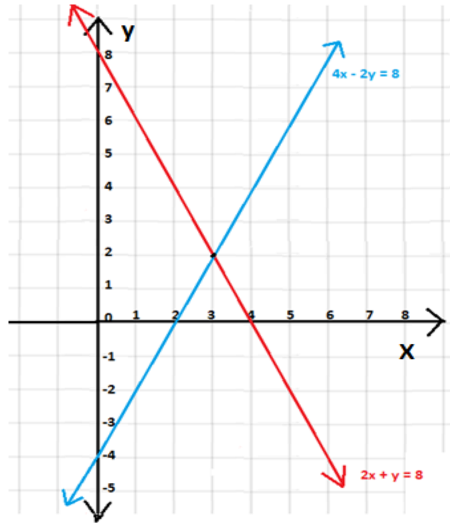
8. Las expresiones X e Y en las ecuaciones de un sistema de ecuaciones lineales, representan:

a. Los ejes del plano cartesiano
b. Cada variable del ejercicio (incógnitas)
c. Las ecuaciones de cada recta
d. Las soluciones del sistema.

9. Si tenemos las ecuaciones de dos rectas paralelas El sistema de ecuaciones que forman es de tipo:

a. Incompatible
b. Homogéneo
c. Compatible determinado
d. Compatible indeterminado

Dada la gráfica, responde las preguntas 10 a 12



10. El punto de corte entre las rectas es:

a. (2, 3) b. (3, 2) c. (4, 8) d. (8, – 4)

11. El sistema de ecuaciones lineales asociado a la gráfica es:

a. 4X – 2Y = 2X + Y – 8

c. 4X – 2Y = 8
2X + Y = 8

b. Y = X = 8
2X + Y = 8

d. Y = X = 8
4X – 2Y = 8

12. Se puede afirmar que el punto de corte entre las rectas de la gráfica representa:

a. La solución de su sistema de ecuaciones.
b. El único punto que no soluciona el sistema de ecuaciones.
c. El punto donde la rectas tienen la misma ecuación

d. El punto que anula el sistema de ecuaciones, es decir, anula las ecuaciones.

13. Los sistemas de ecuaciones lineales que solo tienen una solución, se llaman:

a. Incompatibles
b. Homogéneos
c. Compatibles determinados
d. Compatibles indeterminados

14. Dos sistemas de ecuaciones que tienen las mismas soluciones, se dice que son:

a. Compatibles
b. Determinados
c. Equivalentes
d. Indeterminados

15. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$2X + Y = 1 \qquad 5X - 2Y = -2$$

Su solución es:

a. $X = 1 \qquad Y = 0$
b. $X = 0 \qquad Y = 1$
c. $X = 1 \qquad Y = -1$
d. $X = -1 \qquad Y = 1$

Anexo 2. Encuesta sobre aceptación de la propuesta

COLEGIO DISTRITAL MURILLO *"CODIMUR"*

ENCUESTA Curso: 9° Año: 20___ Nota: ____

Estudiante: ___________________ Fecha: ___/___/_____ Campo - Bornacelli.

RESPONDE LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

- ¿Qué te gustó de la actividad?
- ¿Qué te disgustó de la actividad?
- ¿Qué le cambiarías a la actividad para mejorarla?
- ¿Qué aprendiste hoy?

Anexo 3. Prueba pos test

COLEGIO DISTRITAL MURILLO *"CODIMUR"*

POS-TEST de Matemáticas Curso: 9° Año: 20___ Nota: ____

Estudiante: ________________________ Fecha: ___/___/___ Campo - Bornacelli.

1. El valor numérico de la expresión $2X^2 + 2Y^3 - 5Z$ cuando $X = -2$ $Y = 1$

   $Z = -3$ es:

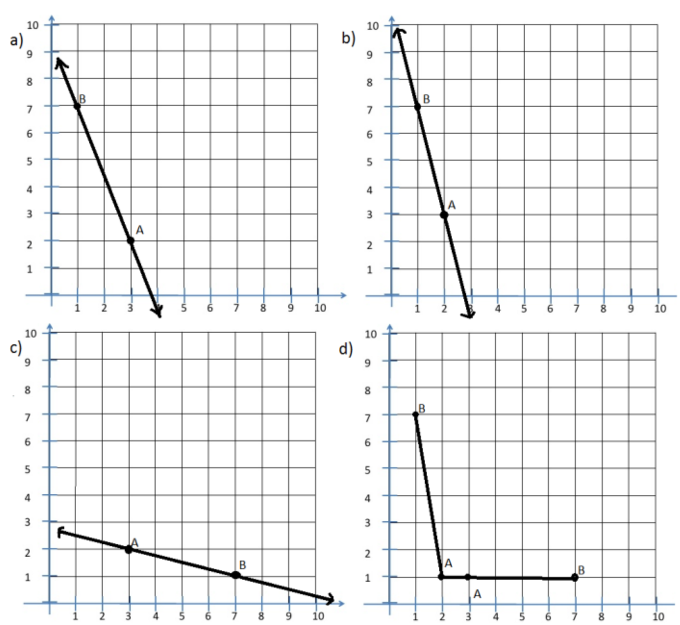
   b. -5 b. 25 c. -21 d. 11

2. Para solucionar la ecuación lineal $2X + 6 = 15$ lo correcto es decir que:

   c. $X = \frac{15+6}{2}$ c. $X = \frac{15-6}{2}$

   d. $X = \frac{15-2}{5}$ d. $X = \frac{6-15}{2}$

3. La gráfica de la línea recta que pasa por los puntos A: (3, 2) y B: (1, 7) es:



4. En un almacén de artículos escolares el valor de tres lápices y dos cuadernos es de 12 dólares. También se sabe que si al valor de seis lápices se le resta el valor de dos cuadernos el resultado es 6 dólares.

   El sistema de ecuaciones lineales que describe el problema anterior es:

   c. $2X + 3Y = 12$
      $6X – 2Y = 6$

   c. $3X + 2Y = 12$
      $6X – 2Y = 6$

   d. $2Y + 3X = 12$
      $6Y + 2X = 6$

   d. $2X + 2Y = 12$
      $6X – 3Y = 6$

5. Teniendo en cuenta que la gráfica de las ecuaciones anteriores en el punto 4 son líneas rectas en el plano cartesiano. Se puede afirmar que las rectas se cortan en el punto

   a. (3, 2)
   b. (2, 3)
   c. (0, 0)
   d. (6, 12)

6. El punto de corte (x, y) entre las rectas de un sistema de ecuaciones lineales, representa:

   a. La solución del ejercicio o sistema de ecuaciones, es decir, los valores de cada incógnita.
   b. El único punto que **NO** es solución para el ejercicio por ser un punto común.
   c. Un punto externo a las rectas que permite generar la tercera ecuación lineal.
   d. El punto de origen de las dos rectas pues hace cero a cada una de ellas.

7. Cuál de las siguientes formas para encontrar la solución a un sistema de ecuaciones lineales es correcta:

   I: Ensayo y error (Tanteo)

   II: Gráfico

   III: Mediante análisis entre sus ecuaciones

   a. I y II c. II y III
   b. I y III d. I, II y III

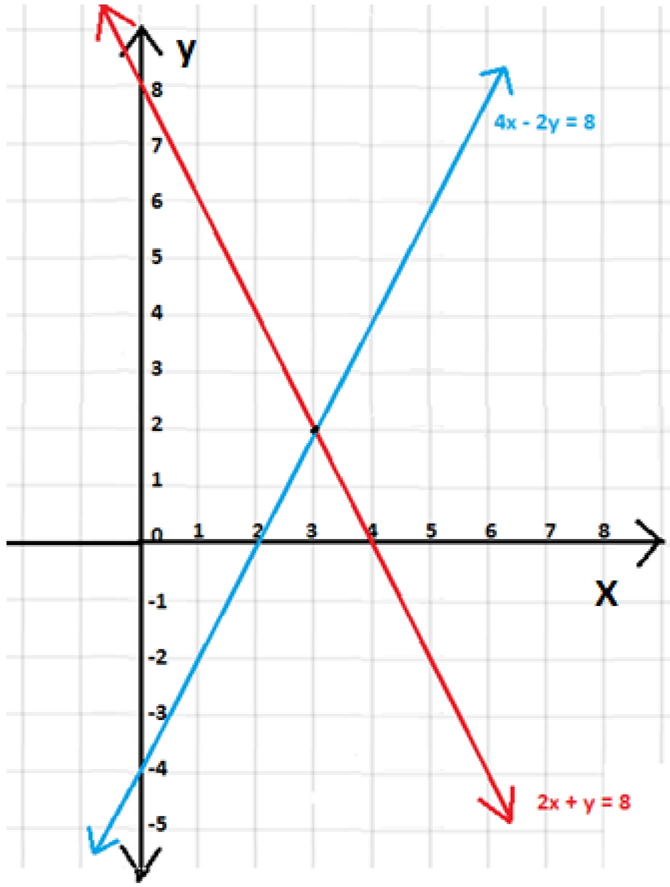
8. Las expresiones X e Y en cada una de las ecuaciones que se forman en un sistema de ecuaciones lineales, representan:

   a. Los ejes del plano cartesiano
   b. Cada variable del ejercicio (incógnitas)
   c. Las ecuaciones de cada recta
   d. Las soluciones del sistema.

9. Si tenemos las ecuaciones de dos rectas paralelas en un plano. El sistema de ecuaciones que forman dichas ecuaciones, es de tipo:

   a. Incompatible
   b. Homogéneo
   c. Compatible determinado
   d. Compatible indeterminado

Dada la gráfica, responde las preguntas 10 a 12



10. El punto de corte entre las rectas es:

a. (2, 3) b. (3, 2) c. (4, 8) d. (8, – 4)

11. El sistema de ecuaciones lineales asociado a la anterior gráfica es:

a. 4X – 2Y = 2X + Y – 8

c. 4X – 2Y = 8
2X + Y = 8

b. Y = X = 8
2X + Y = 8

d. Y = X = 8
4X – 2Y = 8

12.Se puede afirmar que el punto de corte entre las rectas de la gráfica representa:

a. La solución de su sistema de ecuaciones.
b. El único punto que no soluciona el sistema de ecuaciones.
c. El punto donde la rectas tienen la misma ecuación
d. El punto que anula el sistema de ecuaciones, es decir, anula las ecuaciones.

13.Los sistemas de ecuaciones lineales que tienen única solución, se llaman:

a. Incompatibles
b. Homogéneos
c. Compatibles determinados
d. Compatibles indeterminados

14. Dos sistemas de ecuaciones que tienen las mismas soluciones, se dice que son:

a. Compatibles determinados
b. Determinados
c. Equivalentes
d. Incompatibles

15. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$2X + Y = 1 \qquad 5X - 2Y = -2$$

Su solución es:

a. $X = 1$ $\quad$ $Y = 0$
b. $X = 0$ $\quad$ $Y = 1$
c. $X = 1$ $\quad$ $Y = -1$
d. $X = -1$ $\quad$ $Y = 1$

Anexo 4. Fotos del desarrollo de la actividad